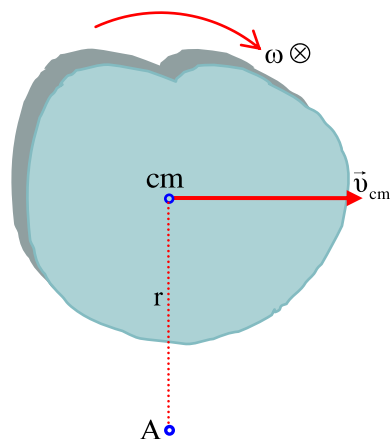


Η κινητική ενέργεια στερεού στη σύνθετη κίνηση.

Στην κύλιση ενός στερεού θεωρούμε (και μάλιστα στο σχολικό δίδεται με την λογική του αυτονόητου) ότι η κινητική ενέργεια είναι το άθροισμα των κινητικών ενεργειών λόγω μεταφορικής και στροφικής κίνησης $K = K_{\text{μεταφοράς}} + K_{\text{στροφικής}}$ ή $K = \frac{1}{2}mv_{\text{cm}}^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$. Σωστή η σχέση ... αλλά καθόλου αυτονόητη. Σε μια άλλη μελέτη [δείτε στο σύνδεσμο [Isteselida-stereo](#)] είχα δείξει αυτό μόνο όμως για κύλιση.

Ας δούμε όμως μια γενική απόδειξη σε τυχαία σύνθετη κίνηση ενός στερεού, στηριζόμενοι στο γεγονός ότι μια επίπεδη κίνηση ενός στερεού μπορεί να θεωρηθεί ως καθαρή στροφική κίνηση γύρω από στιγμιαίο άξονα περιστροφής.

Στο σχήμα φαίνεται η θέση, σε κάποια στιγμή, ενός στερεού (π.χ ενός μήλου αν το θεωρήσουμε μηχανικό στερεό) που εκτελεί σύνθετη κίνηση (στροφική και μεταφορική) ... αλλά όχι τη συνηθισμένη γνωστή μας κύλιση. Αυτή τη στιγμή το κέντρο μάζας έχει ταχύτητα \vec{v}_{cm} και στερεό γωνιακή ταχύτητα περιστροφής ω γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας.



Η κίνηση όμως αυτή ισοδυναμεί με καθαρή στροφική κίνηση, με την ίδια γωνιακή ταχύτητα ω , γύρω από στιγμιαίο άξονα, παράλληλο με τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το cm και που αυτή την στιγμή έστω ότι διέρχεται από το σημείο A, απέχοντας από το cm απόσταση r.

Η κινητική ενέργεια του στερεού που γύρω από τον στιγμιαίο άξονα εκτελεί **μόνο στροφική κίνηση** είναι $K = \frac{1}{2}I_A\omega^2$ (1).

Από το θεώρημα Steiner για την ροπή αδράνειας I_A έχουμε $I_A = I_{\text{cm}} + Mr^2$, οπότε η (1) γράφεται ... $K = \frac{1}{2}(I_{\text{cm}} + Mr^2)\omega^2$ ή $K = \frac{1}{2}I_{\text{cm}}\omega^2 + \frac{1}{2}Mr^2\omega^2$ (2). Από την λογική όμως του

στιγμιαίου άξονα, ισχύει $v_{\text{cm}} = \omega r$ και έτσι η (2) γράφεται $K = \frac{1}{2}I_{\text{cm}}\omega^2 + \frac{1}{2}Mv_{\text{cm}}^2$ (ό.ξ.δ)¹

¹ Όπερ έδει δείξαι: φράση που χρησιμοποιούσε ο Ευκλείδης ολοκληρώνοντας μια μαθηματική απόδειξη